Дискретные случайные величины. Задачи.

**Задача 1.**

Докажите, что для дискретной случайной величины , распределенной по закону Пуассона с параметром , математическое ожидание .

**Задача 2.**

Докажите, что для случайной величины , распределенной по закону Бернулли (биномиальному) с параметрами , математическое ожидание .

**Задача 3.**

На викторине задаются 3 вопроса. Вероятность правильно ответить на первый – 0,7, на второй – 0,5, на третий – 0,2. После неправильного ответа игрок выбывает из игры. Найти распределение числа заданных вопросов.

1. Вопросов не зададут – вероятность = 0
2. Задали 1 вопрос => вероятность 1 – 0.7 = 0.3
3. Задали 2 вопроса => вероятность 0.3 (1-й вопрос) \* (1 – 0.5) = 0.35
4. Задали 3 вопроса (зададут в любом случае) = 0.35

Мат. ожидание М(х) = 0.3 + 0.7 + 1.05

**Задача 4**

В игровом автомате три окошка, в которых случайным образом появляется цифры от 0 до 9, равновероятно и независимо друг от друга. Если 2 цифры совпали, игрок получает 10 руб., если все три – 100 руб. Чтобы начать игру, он платит 5 руб. Найти распределение выигрыша и его математическое ожидание.

-5 рублей: вероятность 0.72

5 рублей: вероятность 0.27

95 рублей: вероятность 0.01

Мат. Ожидание: -5 \* 0.72 + 5 \* 0.27 + 95 \* 0.01 = -1.3   
«игра с отрицательной суммой»

**Задача 5.**

На станцию обслуживания поступают заявки в соответствии с распределением Пуассона с параметром (в единицу времени). Мощность станции позволяет обслуживать не более 2-х заявок в единицу времени. Найти вероятность того, что в течение данной единицы времени: а) станция не справится с потоком заказов и образуется очередь; б) станция обслуживания будет простаивать или работать не на полную мощность; в) на станции обслуживания не образуется очередь. Решить задачу без учета заявок, возможно, оставшихся с прошлой единицы времени.

Распределение Пуассона: л ^ m / m! \* e^-л

**Задача 6**

Закон распределения случайной величины имеет вид:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  | 1/8 | 3/8 | 3/8 | 1/8 |

Найти функцию распределения случайной величины , вычислить ее математическое ожидание, дисперсию и СКО. Вычислить вероятность = F(3\2) – F(-1) = ½ - 0 = 1/2.

М(х) = 1 \* 3/8 + 2 \* 3/8 + 3 \* 1/8

Дисперсия Д(х) = М(Х – МХ)2

Д(х) = М(х2) - (МХ2)

**Задача 7**

Дискретная двумерная случайная величина задана в таблице:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | | |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  | 0,15 | 0,06 | 0,25 | 0,04 | 0.5 |
|  | 0,3 | 0,1 | 0,03 | 0,07 | 0.5 |
|  | 0,45 | 0,16 | 0,28 | 0,11 |  |

Найти условное математическое ожидание случайной величины 𝑌 при 𝑋=𝑥1=1.

P(Y=3|X=1) = P (Y = 3, X = 1) \ P (X = 1) = 0.15 / 0.45 = 1/3

M (Y | X = 1) = 3 \* 1/3

**Задача 8**

Задано распределение пары случайных величин:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| 0 | 0,25 | 0,2 |
| 10 | 0,25 | 0,3 |

Найти: , - ?

**Задача 9**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Xi\Yj | 3 | 5 |
| -2 | 0,1 | 0,25 |
| 0 | 0,15 | 0,05 |
| 3 | 0,2 | 0,25 |

1. Найти закон распределения случайной величины *Y*
2. Найти закон распределения случайной величины *X*
3. Найти условный закон распределения случайной величины *X* при условии, что *Y=y2=5*

**Задача 10**

Совместный закон распределения пары случайных величин задан таблицей

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X\Y | -1 | 0 | 1 |
| 0 | 1/10 | 1/5 | 1/5 |
| 1 | 1/5 | 1/10 | 1/5 |

Найти распределение вероятностей случайной величины и вычислить Исследовать вопрос о зависимости случайных величин .